Série 3

1) Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir détérminé leur ensemble de définition :

a) $f(x) = 3x^4 - 7x^3 + 8x - 2$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

c) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x^2+2}}$

d) $f(x) = \frac{8}{x} - \frac{7}{x^3}$

2) En utilisant la définition de la dérivée en un point, déterminer la dérivée de f en $x_0 = 1$:

$$f(x) = \frac{2}{x+1} \qquad \forall x \geq 0$$

3) Etant donnée la fonction du revenu total définie par : $R_t = 20Q - Q^2$

a) Donner le domaine de définition de la fonction R_t.

b) Calculer la dérivée première et la dérivée seconde de la fonction R_t.

c) Etudier la parité de la fonction R_t.

d) La fonction R_t est-elle monotone ? Justifier.

e) Etudier la convexité de la fonction R_t.

f) Trouver la valeur de Q qui maximise le revenu total.

g) Donner l'expression de la fonction du revenu marginal.

h) Si la demande actuelle est de 45. Estimer la variation de la valeur de R_t due à une augmentation de 3 unités de Q.

4) La fonction du coût total est définie par : $C_t = Q^2 + 2Q - 5$

Etant données les fonctions suivantes :

- La fonction de la demande est définie par : $P + Q = 15$
- La fonction du revenu total est définie par : $R_t = PQ$
- La fonction du profit est définie par : $\pi = R_t - C_t$

a) Trouver la valeur de la demande Q qui maximise le profit.

b) Calculer le revenu marginal et le coût marginal qui correspondent à cette valeur de Q. Commenter.